

Droites du plan

Soit $(O; \vec{i}, \vec{j})$ un repère du plan.

1) Équation de droite

1) Vecteur directeur :

Définition : Soit (d) une droite et \vec{u} un vecteur non nul.
On dit que \vec{u} est un vecteur directeur de (d)
ssi \vec{u} et (d) ont les mêmes directions.

Propriété :

- Soient A et B deux points distincts de (d) . Alors \overrightarrow{AB} est un vecteur directeur de (d) .
- Si \vec{u} est un vecteur directeur de (d) et k un réel, $k \neq 0$ alors $k\vec{u}$ est un vecteur directeur de (d) .
- Si \vec{u} et \vec{v} sont deux vecteurs directeurs de (d) alors \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires.

Exemple :

2) Équations cartésiennes d'une droite

Propriété : Soit \vec{u} un vecteur avec $\vec{u} \neq \vec{0}$, L'ensemble des points M du plan tel que \overrightarrow{AM} et \vec{u} soient colinéaires est la droite passant par A et de vecteur directeur \vec{u} .

Démo : évident ...

Théorème :

Soient a, b, c trois réels avec a et b non simultanément nuls.

Alors, l'ensemble $\{M(x; y) \text{ tel que } ax+by+c=0\}$ est une droite.

Une équation cartésienne de cette droite est : $ax+by+c=0$.

Démonstration :

Soit $A(x_A; y_A)$ un point de (d) et $\vec{v} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ un vecteur directeur de (d) .

Exemple :

a) Déterminer une équation cartésienne de la droite....

b) Le point $A(2;3)$ appartient-il à cette droite ?

Propriété : Soit une (d) d'équation cartésienne $ax+by+c=0$. Un vecteur directeur de cette droite est : $\vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$

Démo : voir démo du théorème

3) Équation réduite d'une droite du plan.

Propriété : Soient m et p deux nombres réels.

L'ensemble $\{M(x; y) \text{ tel que } y = mx + p\}$ est une droite du plan.

L'ensemble $\{M(x; y) \text{ tel que } x = c\}$ est une droite du plan parallèle à (Oy).

Démonstration :

Vocabulaire : $y = mx + p$ et $x = c$ sont des équations réduites de droites du plan.
 m est appelé coefficient directeur (ou pente) et p est l'ordonnée à l'origine.

Propriété : Soient $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ deux points du plan avec $x_B \neq x_A$. Soit la droite (AB) : $y = mx + p$.

Alors : $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

Exemple : numérique + lecture graphique

Remarques :

- en isolant y (si possible) on retrouve l'équation réduite.

Ex :

- Il y a une seule équation réduite mais une infinité d'équations cartésiennes.

4) Un vecteur directeur particulier d'une droite:

Propriété :

Soit (d) une droite d'équation réduite : $y = mx + p$,

alors un vecteur directeur de (d) a pour coordonnées : $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ m \end{pmatrix}$.

Démonstration :

Exemple :

5) Droites parallèles

Propriété : Soient (d) : $y = mx + p$

(d') : $y = m'x + p'$ alors $(d) \parallel (d')$ si et seulement si $m = m'$.

Exemple :

II) Système du 1^{er} degré de deux équations à deux inconnues