

## Notion de Tangente à une courbe—Nombre dérivé

### Partie 1 :

Nous allons voir comment on peut définir une tangente à la parabole  $P$  d'équation  $y=x^2$  au point  $A(1;1)$ .

- 1) Avec géogebra, créer la fonction  $f$  définie pour tout  $x \in [-3; 3]$  par :  $f(x) = x^2$ .
- 2) Créer le point  $A(1; f(1))$ .
- 3) Nous allons maintenant créer un point mobile  $M$  sur  $P$ .  
Pour cela, on va créer un curseur  $c$  dans l'intervalle  $[-3; 3]$ .  
Puis le point  $M(c; f(c))$ .
- 4) Tracer la sécante  $(AM)$ .  
Déplacer le curseur et observer le comportement des sécantes  $(AM)$  lorsque  $M$  est proche de  $A$ .

Toutes les sécantes  $(AM)$  passent par  $A$  qui est fixe. Pour étudier leur comportement, il suffit donc d'étudier le comportement de leurs coefficients directeurs lorsque  $M$  est proche de  $A$ .

On peut considérer que l'abscisse du point  $M$  est  $1+h$ , avec  $h$  proche de 0,  $h \neq 0$ .

### Partie 2 :

Soit la fonction  $f$  définie par : pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2$ .

#### A] Cas particulier

Soit  $A(1; f(1))$ .

Soit  $h$  un nombre réel, on considère le point  $M(1+h; f(1+h))$ .

- 1) Déterminer, en fonction de  $h$ , le coefficient directeur de  $(AM)$ . On le notera  $t(h)$ .
- 2) Quand  $h$  se rapproche de 0, vers quel nombre se rapproche  $t(h)$  ?
- 3) Interpréter graphiquement le 2)

B] Généralisation en un point quelconque. Soit  $a$  un nombre réel.

Soit le point  $A(a; f(a))$ .

- 1) Exprimer en fonction de  $a$  et de  $h$ ,  $t(h) = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ .
- 2) Vers quel nombre, fonction de  $a$ , tend  $t(h)$  quand  $h$  tend vers 0 ?

On le notera :  $\lim_{h \rightarrow 0} t(h) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = f'(a)$ ,

$f'(a)$  sera appelé nombre dérivé de  $f$  en  $a$ .