

Devoirs surveillé n°3 – Durée 1h

Exercice 1 :

- 1) Donner la définition de deux événements indépendants. Donner un exemple.
- 2) Donner la définition de deux événements incompatibles. Donner un exemple.

Exercice 2 :

La documentaliste d'un lycée souhaite acheter les romans de la saga Harry Potter. Elle enquête pour savoir si le sujet intéresse les élèves :

- 10 % des élèves ont lu le 7ème tome ;
- 90 % des élèves qui ont lu le 7ème tome ont vu le 7ème film ;
- 55 % des élèves qui n'ont pas lu le 7ème tome ont vu le 7ème film.

La documentaliste tire au hasard une réponse d'un des élèves interrogés.

- 1) Déterminer la probabilité que cet élève ait vu le 7ème film et ait lu le 7ème livre.
- 2) Déterminer la probabilité que cet élève ait vu le 7ème film.
- 3) L'élève a vu le 7ème film. Quelle est la probabilité qu'il ait lu le 7ème tome.

Exercice 3 : *Dans tout cet exercice on donnera la valeur exacte de chaque résultat.*

Grâce à un système de détecteur, une borne de péage automatique peut délivrer des tickets à deux hauteurs différentes selon le véhicule détecté afin que le conducteur ne soit pas obligé de sortir pour le saisir :

- s'il s'agit d'une voiture, d'une moto ou d'une camionnette, le ticket sort en bas ;
- s'il s'agit d'un camion, le ticket sort en haut.

La société d'autoroute a modélisé le fonctionnement défectueux du détecteur de l'une de ces bornes :

- lorsqu'un camion passe, il n'est correctement détecté que deux fois sur trois ;
- lorsqu'un autre type de véhicule passe, son conducteur est contraint d'en sortir pour saisir son ticket une fois sur quatre.

On estime qu'à cette borne de péage 60% des véhicules sont des camions.

On considère les événements suivants :

C : « Le véhicule qui se présente est un camion ». H : « Le ticket sort en haut ». B : « Le ticket sort en bas ».

- 1) Donner les probabilités : $p(C)$; $p_C(H)$ et $p_C(B)$.
- 2) Construire un arbre probabiliste présentant la situation.
- 3) Calculer la probabilité que le ticket sorte en haut.
- 4) Montrer que la probabilité qu'un conducteur ne soit pas obligé de sortir de son véhicule pour saisir le ticket vaut 0,7.
- 5) Trois véhicules se présentent l'un après l'autre à cette borne de péage défectueuse. On modélise cette situation comme un tirage avec remise.
Calculer la probabilité qu'au moins l'un des conducteurs soit contraint de descendre de son véhicule pour saisir son ticket.

Exercice 4 : n désigne un entier supérieur ou égal à 4.

Dans une urne on place n jetons : un rouge et tous les autres blancs. On choisit au hasard, un jeton dans l'urne. R est l'événement « le jeton tiré est rouge » et B l'événement « le jeton tiré est blanc »

- 1) Exprimer $p(R)$ et $p(B)$ en fonction de n .
- 2) On choisit maintenant successivement deux jetons dans l'urne, avec remise entre les 2 tirages et on définit le jeu suivant: on gagne 16 points si l'on obtient 2 fois le jeton rouge, on gagne 1 point si l'on obtient 2 fois le jeton blanc et on perd 5 points sinon.
 - a) Représenter cette situation par un arbre pondéré.
 - b) Quels sont les gains possibles ?
 - c) Déterminer leurs probabilités respectives .