

Correction de l'exercice 1 du Devoir surveillé n°2

Exercice n°1 :

ABC est un triangle. I et G sont définis par : $\overrightarrow{AI} = -2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CG} = \frac{1}{5}\overrightarrow{CI}$.

- 1) Exprimer G comme barycentre des points A , B et C .

Correction :

$$\overrightarrow{AI} = -2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow I \text{ barycentre de } \{(A;3), (B;-2)\}.$$

$$\overrightarrow{CG} = \frac{1}{5}\overrightarrow{CI} \Leftrightarrow 5\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{CI} \Leftrightarrow 5\overrightarrow{CG} = 3\overrightarrow{CA} - 2\overrightarrow{CB} \Leftrightarrow 5\overrightarrow{CG} - 3\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GB} + 4\overrightarrow{GC} = \vec{0}$$

- 2) La droite (BG) coupe le segment $[AC]$ en un point J . Déterminer la position de J sur $[AC]$.

Correction :

D'après la question précédente, G est le barycentre de : $\{(A;3), (B;-2), (C;4)\}$.

D'après l'associativité du barycentre, G est donc le barycentre de $\{(J;7), (B;-2)\}$ avec J barycentre de $\{(A;3), (C;4)\}$. Donc $J \in (AC)$ et $J \in (BG)$ et de plus $\overrightarrow{AJ} = \frac{4}{7}\overrightarrow{AC}$.

- 3) Déterminer et tracer l'ensemble des points M du plan tels que : $\|3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MI}\|$.

Correction :

$\|3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}\| = \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MI}\| \Leftrightarrow \|\overrightarrow{MI}\| = \|\overrightarrow{IA}\|$ (Car I barycentre de $\{(A;3), (B;-2)\}$ et $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{IM} = \overrightarrow{IA}$)
Donc l'ensemble recherché est le cercle de centre I et de rayon IA .